بسم الله الرحمن الرحيم

ديناميكيات الموائع الحسابية

Computational Fluid Dynamics)(CFD)

والحرق الحسابي

Numerical Combustion

including topic specific dictionnary english-arabic

Samir Mourad (Editor)

Translation English to Arab: Samir Mourad, Ahlam Houda

منبني على:

Introduction to Computational Fluid Dynamics (CFD)

3rd edition

John F. Wendt (Editor), A von Karman Institute Book Authors of used part: J. Anderson, R. Grundmann

و

Theoretical and Numerical Combustion (Thierry Poinsot, Denis Veynante) and

Introduction to Combustion – Concepts and Applications, 2nd edition (Stephen R. Turns)

و مراجع اخرى

هذا الاصدار ليس بكامل. آخر تعديل: الاحد، 29 تموز، 2012

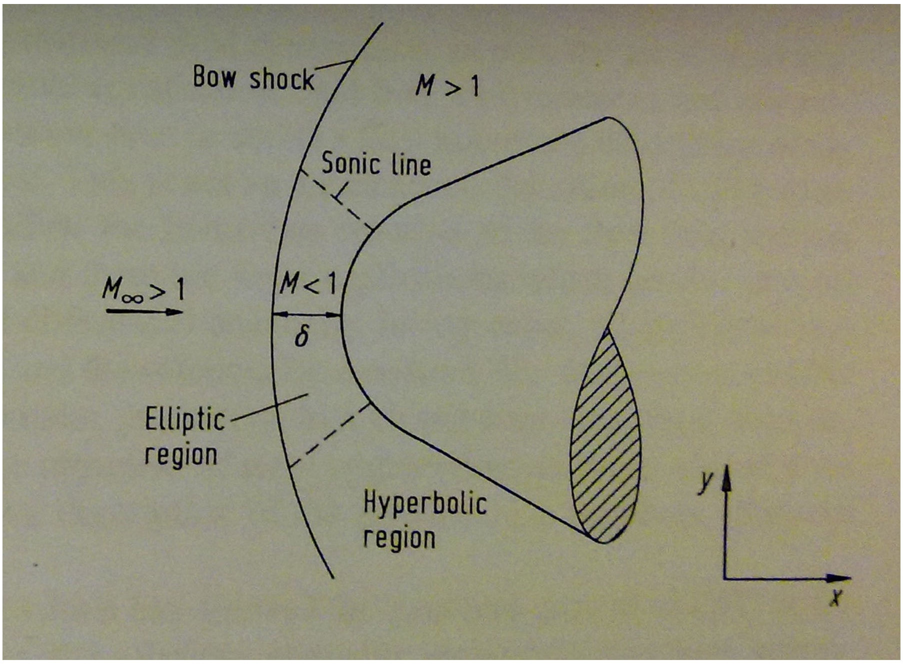
AECENAR
Association for Economical and Technological Cooperation in the Euro-Asian and North-African Region
www.aecenar.com

الفهرس

مدخل الى ديناميكيات الموائع الحسابية (CFD)

Samir Mourad (Editor)

1 مدخل



صورة 1.1

1.1 تعريفات اساسية [1]

ميكانيكا الموائع (Fluid Mechanics) هو تخصص فرعي من ميكانيكا المواد المتصلة (Mechanics Continuum) وهو معني أساسا **بالموائع**، التي هي أساسا السوائل والغازات، ويدرس هذا التخصص السلوك الفيزيائي الظاهر الكلي لهذه المواد، ويمكن تقسيمه من ناحية

[1] من http://ar.wikipedia.org/wiki ولكن محقق من الكاتب

إلى إستاتيكا الموائع- أو دراستها في حالة عدم الحركة، أو ديناميكا الموائع أو دراستها في حالة الحركة، ويندرج تحتها تخصصات أخرى معينة، فهناك الديناميكيات الهوائية (**أيروديناميك**) والديناميكيات المائية (**هيدروديناميك**). يسعى هذا التخصص إلى تحديد الكميات الفيزيائية الخاصة بالموائع، وذلك مثل السرعة، الضغط، الكثافة، ودرجة الحرارة، **واللزوجة** ومعدل التدفق، وقد ظهرت تطبيقات حسابية حديثة لإيجاد حلول للمسائل المتصلة بميكانيكا الموائع، ويسمى التخصص المعني بذلك ديناميكيات الموائع الحسابية (بالإنجليزية: Computational FluidDynamics) (CFD).

1.2 نظام الوحدات

النظام المستخدم هنا هو النظام العالمي للوحدات (SI).

القائمة أدناه تبين وحداته الاساسية:

الضغط	القدرة	الطاقة	القوة	درجة الحرارة	الزمن	الكتلة	الطول
Pa	W	J	N	K	s	kg	m
باسكال	وات	جول	نيوتن	كلفن	ثانية	كيلو غرام	متر

1.3 مضمون الجزء الاول من الكتاب

في الجزء الاول من هذا الكتيب يتناول ان شاء الله التالى:

a) تلخيص لميكانيكا الموائع (بالإنجليزية: Fluid Mechanics)

b) مدخل ملخص للتحليل عددي (بالإنجليزية: Numerics / Numerical Computation)
c) اساليب ديناميكيات الموائع الحسابية (بالإنجليزية:Computational FluidDynamics)

يوجد بالغة العربية مرجع في المادة ميكانيكا الموائع و هو كتاب **ميكانيك الموائع** من محمد هاشم صديق[2].

1.4 الموائع (fluids)

الموائع كجمع لكلمة مائع (fluid) تشكل مجموعة من أطوار المادة، وهي أي مادة قابلة للانسياب تحت تأثير إجهاد القص وتأخذ شكل الإناء الحاوي لها. تتضمن الموائع كلٍ من السوائل، الغازات، البلاسما وأحيانا الأصلاب اللدنة plastic solids.

تصنف الموائع عادة إلى:

- **موائع قابلة للانضغاط (compressible fluids)** وهي الموائع التي تتغير كثافتها بتغير الضغط الواقع عليها مثل الغازات. و يسم ايضاً السريان الانضغاطي.
- **موائع غير قابلة للانضغاط (incompressible fluids)** وهي الموائع التي لا تتغير كثافتها بتغير الوضع الواقع عليها مثل السوائل. و يسم ايضاً السريان اللا انضغاطي.
- موائع نيوتنية: **المائع النيوتني** هو مائع تكون فيه علاقة الإجهاد[3] - الانفعال (تشوه المواد نتيجة الإجهاد) علاقة خطية أي على شكل مستقيم يمر من مبدأ الإحداثيات، ويعرف اسم ثابت التناسب باللزوجة. سمي هذا المائع على اسم العالم اسحق نيوتن[4].

---

2 [Siddiq]

3 engl. stress

4) "نيوتن" إسحق بالإنجليزية: Isaac Newton وينادي (بالسير) إسحق نيوتن 4 يناير 1643 -31 مارس 1727 من رجال الجمعية الملكية) كان فيزيائي إنجليزي وعالم رياضيات وعالم فلك وعالم الطبيعة وفيلسوف بعلم كتاب الأصول الرياضية وواحدًا من أعظم الرجال تأثيرًا في تاريخ البشرية. ويعد كتابه وعالم باللاهوت وكيميائي

- موائع غير نيوتنية: **مائع لا نيوتوني** هو مائع لا يمكن وصف جريانه باستخدام ثابت اللزوجة. تعتبر أغلب المحاليل البولميرات والبوليمرات الذائبة من الموائع اللانيوتونية والكثير من السوائل الشائعة مثل الكتشب، ذائب النشا، الدم والشامبو.

1.5 الكمية المتصلة

يمكن اعتبار المائع كمية متصلة إذا كانت أصغر مسافة في التحليل أكبر من المتوسط المسار الحر للجزئيات.

L >> l

1.6 الكثافة

واضعًا أساس لمعظم نظريات تاريخ العلم من أكثر الكتب تأثيرًا في 1687 والذي نشر عام للفلسفة الطبيعية الثلاثة والتي سيطرت على وقوانين الحركة الجاذبية العامة. في هذا الكتاب، وصف "نيوتن" الميكانيكا الكلاسيكية الأرض للقرون الثلاثة القادمة ووضح "نيوتن" أن حركة الأجسام على كوكب العالم الماديالنظرة العلمية إلى قوانين "كبلر" تحكمها مجموعة القوانين الطبيعية نفسها عن طريق إثبات الاتساق بين سماويةوالتي لها أجرام ونظريته الخاصة بالجاذبية؛ ومن ثم إزالة الشكوك المتبقية التي ثارت حول نظرية الخاصة بالحركة الكوكبية ، أعلن "نيوتن" مبادئ بقاء الطاقة بالميكانيكا. وفيما يتعلق الثورة العلمية مما أدى إلى تقديم مركزية الشمس تلسكوب ، اخترع "نيوتن" أول البصريات. وفي علم وكمية الحركة الزاوية كمية الحركةالخاصة بكل من الضوء الأبيض يحلل المنشور معتمدًا على ملاحظة أن (لون) عملي. وكذلك أيضًا طور نظرية الألوان [3]عاكس سرعة ودرس قانون نيوتن للتبريد. وبالإضافة إلى ذلك، صاغ الطيف المرئيإلى العديد من الألوان التي تشكل حساب التكامل تطوير" في شرف جوتفريد لايبنتز. وبالنسبة لعلم الرياضيات، يشارك "نيوتن" "الصوت " الخاصة بتقريب طريقة نيوتن وطور ما يسمى بـ "النظرية ذات الحدين المعممة. وكذلك أيضًا، أثبت والتفاضل . تظل مكانة "نيوتن" الرفيعة بين العلماء في أعلى متسلسلة القوى وساهم في دراسة بالدالةالأصفار الموجودة البريطاني وكان المجتمع الملكيمرتبة الأمر الذي أثبته استطلاع رأي أجري عام 2005 فيما يتعلق بعلماء ". ألبرت آينشتاين "نيوتن" أم "تاريخ العلمالسؤال الذي طرحه هذا الاستطلاع هو من كان له أعظم تأثير على علاوةً على ذلك، كان "نيوتن" تقيًا للغاية [4]وكانت نتيجة الاستطلاع هي أن "نيوتن" هو يعتبر الأكثر تأثيرًا. تفسيرات الكتاب (على الرغم من أنه لم يكن متفقًا مع الأعراف الدينية القائمة) ومنتجًا للعديد من الأعمال في أكثر مما أنتجه في العلوم الطبيعية التي لم ينس العالم إسهاماته به حتى الآن.المقدس

باعتبار أن الحجم V_0 هو مكعب أصغر مسافة ترد عي التحليل وتستوفي شرط الكمية المتصلة

فإن الكثافة ρ تعرف كما يلي: $\rho = \lim_{\Delta V \to V_0}\left(\frac{\Delta m}{\Delta V}\right)$

حيث m الكتلة بالكيلوغرام و V الحجم بالمتر المكعب و وحدة الكثافة kg/m^3 .

1.7 الكثافة النسبية

هي كهافة المادة منسوبة الى الكثافة المعيارية للماء، و هي $1000\, kg / m^3$

$$s = \rho / \rho_w$$

1.8 قنون الغاز الكامل (ideal gas)

$$p = R\rho T$$

حيث يربط الضغط المطلق للغاز p بالدرحة المطلقة للحرارة والكثاف ρ. R ثابت الغاز و قيمته للهواء 287 J/(K kg).

1.9 السريان الرتيب (steady flow)

هو السريان الذي لا تتغير صفاته مع الزمن عند أي موضع محدد.

1.10 السريان المنتظم (uniform flow)

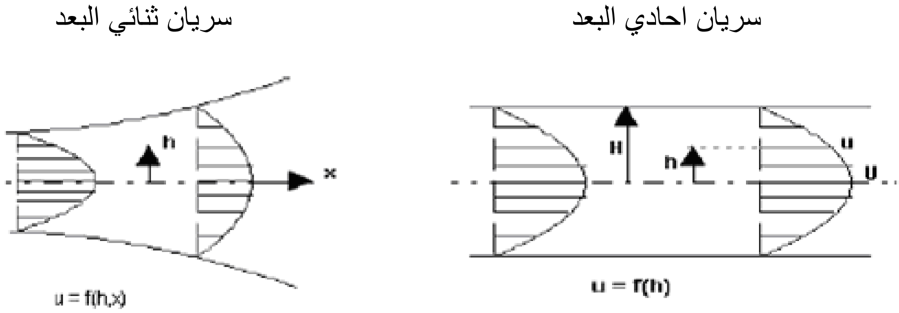
يوصف السريان بأنه منتظم عند مقطع إذا كانت قيمة كل من خواصه ثابتة في كل نقاط المقطع.

1.11 خط الانسياب (streamline)

يعرف خط الانساب بأنه الخط الذي تشكل المماسات له في كل أجزائه اتجاهات السرعة في وقت محدد.

1.12 أبعاد السريان (dimensions of flow)

يوصف السريان بانه **أحادي، ثنائي او ثلاثي** البعد بناءً على العدد الأدنى من الإحداثيات المكانية التي يمكن ان يوصف بها. الشكل 1.2 يعطي مثالا لسريان احادي البعد وآخر ثنائي البعد.



الشكل 1.2

1.13 الاجهاد (stress)

الاجهاد هو القوة السطحية العاملة علي وحدة مساحة $\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$

و للآجهاد مركبتين إحداهما عمودية والأخرى مماسة $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_n + \underline{\sigma}_t$

ويفضّل في منكانيك الموائع في استخدام تعبير الضغط p في الاتجاه المتعامد حيث

$$\underline{\sigma}_n = -p\underline{n}$$

و يستخدم تعبير الإجهاد القصي τ في الاتجاه المماس حيث $\underline{\sigma}_t = \underline{\tau}$

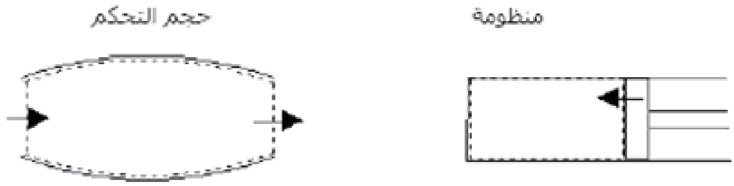
وبذالك $\underline{\sigma} = -p\underline{n} + \underline{\tau}$

1.14 السريان الصفائحي (laminar flow) السريان المائر (turbulent flow)

يتصف السريان الصفائحي بثبات الشكل الانسيابية بحيث يمكن اعتبار طبقاته تنزلق فوق بعضها البعض في شكل صفائح او رقائق، بينما يتصف السريان المائر بالعنف الاضطراب.

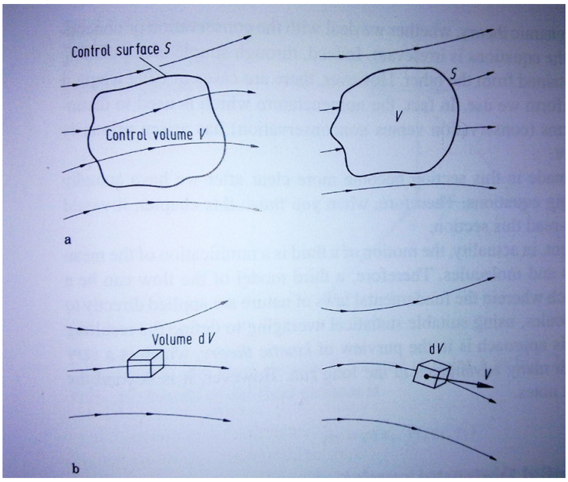
و يمكن إثبات ان التحول من الحالة الصفائحية إلى الحالة المائرة عند معدل سريان ثابت يحدث بزيادة السرعة او زيادة القطر (diameter) او إنقاص اللزوجة. ويجمع المتغيرات الثلاثة مقدار لأُبعدي يعرف بعدد رينلز(Reynolds number) Re يحكم التحول المدكور. ويحدث هذا التحول للسريان في الانابيب في المدى $4000 \geq Re \geq 2000$. ويسمى عدد رينولز الذي يحدث عنده التحول **عدد رينولز الحرج** Re_c .

1.15 المنظومة (system) وحجم التحكم (control volume) و موحل في الصغر.عضو مائعي (infinitesimal fluid element)



الشكل 1.3

المنظومة معنية بكمية محددة من المادة يحدها عن بقية المائع جدار تخيلي او حقيقي و يمكن ان يعتبر موقعها وشكلها مع الوقت. حجم التحكم منطقة محددة وثابتة في المكان، ويمكن ان تتغير المادة دخل حجم التحكم مع الزمن. هذا الحجم التحكم مرسوم في الشكل (1.3.1 a) على اليسار ولكن ايضاً يمكن ان ننظر الى حجم التحكم كما هو في الشكل (1.3.1 b) على اليمين و هو حجم التحكم يتحرك مع السريان.



الشكل (1.3.1 a and b) ([Wendt 2009], Fig. 2.1)

Fig. 1.3.1 a, left side: *finite control volume* V, an a finite control surface S *fixed in space*:

The fluid equations that we *directly* obtain by applying the fundamental physical principles to a finite control volume are in *integral form*.

These integral forms of the governing equations can be manipulated to *indirectly* obtain partial differential equations. The equations so obtained, in either integral or partial differential form, are called the *conservation form* of the governing equations.

The equations obtained from the finite control volume moving with the fluid (**Fig. 1.3.1 a, right side**), in either

الشكل (**1.3.1 a**), الجهة اليسرى:حجم التحكم المحدود V؛سطح التحكم المحدود S ثابت في المساحة:

معادلات الموائع التي نحصل عليها مباشرة بتطبيق قواعد الفيزياء الاساسية الى حجم التحكم المحدود الذي يكون في شكل تكاملي.

هذه الاشكال التكاملية من المعادلة الاساسية تستطيع ان تُعالج بطريقة غير مباشرة للحصول على المعادلات التفاضلية الجزئية. المعادلات التي تم الحصول عليها ، سواء في شكل تكاملي أو تفاضلي جزئي ، تسمى الشكل التحفظي (*conservation form*) للمعادلات الاساسية.

المعادلات التي تم الحصول عليها عبر حجم التحكم المحدود تتحرك مع المائع (الشكل 1.3.1 الجانب

الأيمين)، سواء في شكل تكاملي أو تفاضلي جزئي ، ويطلق عليه الشكل الغير تحفظي (*non-conservation form*) من المعادلات الاساسية.

integral or partial differential form, are called the *non-conservation form* of the governing equations.

إذا أخذنا في الاعتبار عضو مائع متناهي الصغر، فهو ثابت في المساحة (الشكل **1.3.1 b** ، الجانب الأيسر) ، يمكن أن نشتق مباشرة المعادلات التفاضلية الجزئية. هذا هو ايضاً الشكل التحفظي.

If we consider an infinitesimal fluid element, which is fixed in space (**Fig. 1.3.1 b, left side**), we can *directly* derive the partial differential equations. This is again the conservation form.

إذا أخذنا في الاعتبار عنصر مائع متناهي الصغر ، والذي يتحرك في المساحة (الشكل **1.3.1 b** ، الجانب الأيمن) ، يمكن أن نشتق بشكل مباشر المعادلات التفاضلية الجزئية. ، هذا هو ايضاً النموذج الغير تحفظي.

If we consider an infinitesimal fluid element, which is moving in space (**Fig. 1.3.1 b, right side**), we can *directly* derive the partial differential equations. This is again the non-conservation form.

من الناحية النظرية الأيروديناميةالعامة ، سواء نحن نتعامل مع أشكال التحفظي أو غير التحفظي المعادلات هو سواء. ومع ذلك ، هناك حالات في ال CFD حيث المهم اي شكل نستخدم.

In general aerodynamic theory, whether we deal with the conservation or non conservation forms of equations is irrelevant. However, there are cases in CFD where it is important which form we use.

1.16 الضغط المقياسي

الضغط المقياسي = الضغط المطلق – الضغط الجوي

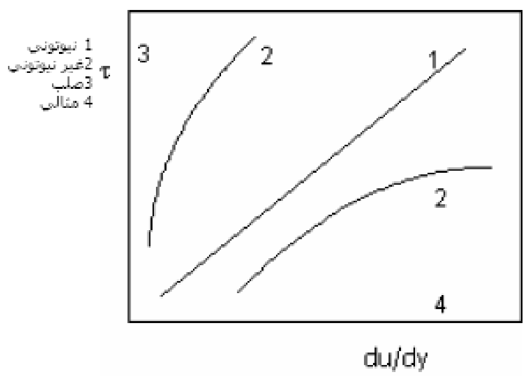
1.17 القوة الجسمية والقوة السطحية

القوة الجسمية هي التي تنشأ عن كتلة الجسم مثل قوة الجاذبية والقوة السطحية هي تلك التي تعمل على سطح المادة وتنحصر في الضغط والقص.

1.18 الاجهاد القصي

تنسب الى نيوتن العلاقة النظرية بين الاجهاد القصي τ وممال السرعة في الاتجاه المتعامد $\frac{\partial u}{\partial y}$ للسريان الصفائحي و هي:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.3)$$



الشكل (1.4)

وقد أجريت تجارب للتحقق من المعادلة معملياً و عُلم أنها صحيحة لمعظم الموائع المستخدمة في التطبيقات الهندسية مثل الماء والهواء و الوقود النفطي. و سّمي ثابت المعادلة μ باللزوجة أو اللزوجة المطلقة أو اللزوجة الحركية، ووحدتها Pa.s . وتعرف الموائع التي تستجيب لهذه العلاقة عند درجة حرارة ثابتة بالموائع **النيوتونية** - الشكل (1.4).

تُسمى فصيلة الموائع التي لا تُعطي علاقة خطية بين القص وممال السرعة موائع **لانيوتونية**. أمثلةً لها البوية و النفط الشمعي.

تؤثر درجة الحرارة في قيمة اللزوجة حيث تنقص مع ازدياد الحرارة للسوائل وتزيد مع ازدياد الحرارة للغازات .

تُعرف اللزوجة الكينماتية ν كما يلي: $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ووحدتها m^2 / s.

2 المعادلات الاساسية في ميكانيك الموائع (Governing Equations of Fluid Dynamics)

التالي منبني على [صديق]، فصل 2 و [Anderson 1991].

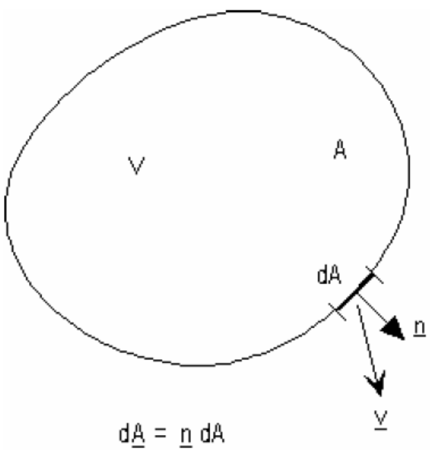
2.1 مدخل

الاساس في CFD هو المعادلاب الاساسية في ميكانيك الموائع و هي معادلات الحفظ الثلاث:

حفظ الكتلة(mass conservation) وحفظ الطاق (energy conservation) وحفظ كمية التحرك (momentum conservation). و قدم لذلك بتعريف متجه السريان الذي يشكل عنصراً مشتركاً في كل معادلات الحفظ.

2.1.1 متجه السريان

الشكل 2.1



الحجم التحكمي الموضح في الشكل (2.1) حجمه V و مساحته A. بالتركيز على المساحة التفاضلية dA فان الكتلة الخارجة عبرها هي dm في الوقت dt ليصبح معدل السريان $d\dot{m}$.

سرعة السريان في الموضع هي المتجه $\underline{\mathbf{v}}$ بزاوية α مع المتجه أحادي الطول $\underline{\mathrm{n}}$ المتعامد على المساحة dA حيث

$$d\underline{A} = \underline{n}\, dA$$

$$d\dot{m} = \rho d\dot{V} = \rho \underline{v} d\underline{A}$$

$\dot{m}$ = معدل سريان الكتلة عبر كل السطح A هو:

$$\dot{m} = \oiint_A \rho \underline{v} \cdot d\underline{A} \quad (2.1)$$

نعرف متجه سريان الكتلة كما يلي:

متجه سريان الكتلة = (متجه السرعة)(الكتلة في وحدة حجمية) = $\rho \underline{v}$

وبالمثل:

متجه سريان الطاقة = (متجه السرعة)(الطاقة في وحدة حجمية) = $\rho(e + \frac{v^2}{2} + gz)\underline{v}$

وبالمثل:

متجه سريان كمية التحرك = (متجه السرعة)(كمية التحرك في وحدة حجمية) = $\rho u\underline{v}, \rho v\underline{v}, \rho w\underline{v}$ في الاتجاهات x, y, z على التوالي.

و بذلك فان معدل سريان الطاقة عبر السطح A =

$$\oiint_A \rho(e + \frac{v^2}{2} + gz)\underline{v} \cdot d\underline{A} \quad (2.2)$$

و معدل سريان كمية التحرك عبر السطح A =

$$\oiint_A \rho \underline{v}(\underline{v} \cdot d\underline{A}) \quad (2.3)$$

2.2 الاشتقاق الكبير (The Substantial Derivate)

كنموذج للسريان، سوف نعتمد على الصورة As a model for the flow, we will adopt the picture shown at the right of Fig. 1.3.1 (b).

Namely that of an **infinitesimally small fluid element moving with the flow**. The motion of the fluid element is shown in detail in Fig. 2.2.1.

Here, the fluid element is moving through Cartesian space. The unit vectors along the x, y, z axis are $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

The vector velocity field in this Cartesian space is given by

$$\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$$

Where the components of velocity are given respectively by

$$u = u(x, y, z, t)$$
$$v = v(x, y, z, t)$$
$$w = w(x, y, z, t)$$

Note that we are considering in general an *unsteady flow,* where u, v, and w are functions of both space and time, t. In addition the scalar density field is given by $\rho = \rho(x, y, z, t)$.

المعروضة على يمين الشكل (b) 1.3.1. ألا وهو عنصر من الموائع المتناهي الصغر تتحرك مع السريان. حركة عنصر السريان معروضة بالتفصيل في الشكل. 2.2.1.

هنا ، العنصر المائع يتحرك عبر الفضاء الديكارتي. وحدة المتجهات على طول المحور x, y, z، تكون $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

يتم اعطاء مجال متجهات السرعة في هذا المجال من قبل ديكارت عبر:

$$\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$$

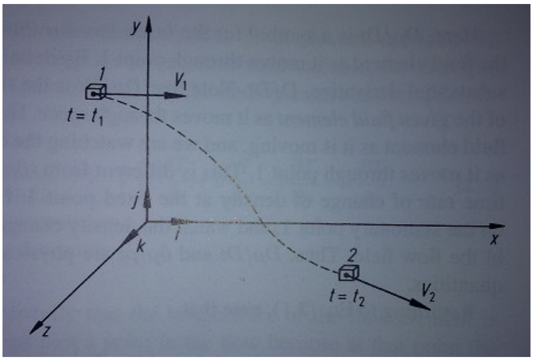
حيث يتم إعطاء مكونات السرعة على التوالي

$$u = u(x, y, z, t)$$
$$v = v(x, y, z, t)$$
$$w = w(x, y, z, t)$$

علما أننا ناخذ بعين الاعتبار بالعموم سريان غير رتيب، حيث u v, و w هي وظائف المكان والزمان t. على حدٍّ سواء، بالإضافة إلى ذلك هو إعطاء مقدار الكثافة العددية من قبل

$\rho = \rho(x, y, z, t)$.

Fig. 2.2.1 ([Wendt 2009], Fig. 2.2)



الشكل (2.2.1)

([Wendt 2009], Fig. 2.2)

At the time t_1 the fluid element is located at point 1 in Fig. 2.2.1. At this point and time, the density of the fluid element is $\rho_1 = \rho(x_1, y_1, z_1, t_1)$

في الوقت t_1 حيث يكون العنصر المائع موجود في النقطة 1 على الشكل. 2.2.1. عند هذه النقطة والوقت ، وكثافة العنصر المائع $\rho_1 = \rho(x_1, y_1, z_1, t_1)$

At a later time t_2 the fluid element has moved to the point 2 where the density is $\rho_2 = \rho(x_2, y_2, z_2, t_2)$

في وقت لاحق t_2 انتقل العنصر المائع إلى نقطة 2 حيث الكثافة هي $\rho_2 = \rho(x_2, y_2, z_2, t_2)$

Since $\rho = \rho(x, y, z, t)$, we can expand this function in a Taylor's series about point 1 as follows:

بما ان $\rho = \rho(x, y, z, t)$ ، يمكننا توسيع نطاق هذه المهمة في سلسلة تايلور حول النقطة 1 على النحو التالي:

$$\rho_2 = \rho_1 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)_1 (x_2 - x_1) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial y}\right)_1 (y_2 - y_1) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial z}\right)_1 (z_2 - z_1) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)_1 (t_2 - t_1)$$

+(higher order terms)

With ignoring the higher order terms we obtain

مع تجاهل مصطلحات التراتبية الاعلى لكي نحصل على

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{t_2 - t_1} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)_1 \left(\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}\right) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial y}\right)_1 \left(\frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}\right) + \left(\frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1}\right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial z}\right)_1 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)_1 \qquad (2.1.1)$$

Eq. (2.1.1) is physically the average time-rate-of-change in

المعادلة. (2.1.1) فيزيائياً هي متوسط الوقت

density of the fluid element as it moves from point 1 to point 2. In the limit, as t_2 approaches t_1, this term becomes

لمعدل التغير في كثافة العنصر المائع وهي تنتقل من النقطة 1 إلى النقطة 2. في الحد، t_2 مثل نهج t_1 ، يصبح هذا المصطلح

$$\lim_{t_2 \to t_1}\left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{t_2 - t_1}\right) \equiv \frac{D\rho}{Dt}$$

Is a symbol for the $\frac{D\rho}{Dt}$ *instantaneous* time rate of change of density.

By definition, this symbol is called the substantial derivate, D/Dt.

$\frac{D\rho}{Dt}$ is the time rate of change of density of the *given fluid element*. Our eyes are locked with the fluid element, not with the point in the space. So $\frac{D\rho}{Dt}$ is different physically and numerically from $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)_1$ which is physically the time rate of change of density at the fixed point 1.

Returning to Eq. (2.1.1), note that

$\frac{D\rho}{Dt}$ هو رمز لحظية معدل الوقت لتغيير الكثافة.

وفقاً للتعريف ، هذا ما يسمى رمز الاشتقاق الكبير ، D/Dt.

$\frac{D\rho}{Dt}$ هو معدل الوقت لتغيير كثافة عنصر مائع معين. ونثبت أعيننا مع العنصر المائع، وليس مع نقطة في الفضاء.

كذلك $\frac{D\rho}{Dt}$ تختلف فيزيائياً وعدديا من $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)_1$ التي هي فيزيائياً المعدل الزمني لتغير الكثافة في نقطة ثابتة 1.

بالعودة الى المعادلة. (2.1.1) ، نلاحظ أنَّ

$$\lim_{t_2 \to t_1}\left(\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}\right) \equiv u$$

$$\lim_{t_2 \to t_1}\left(\frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}\right) \equiv v$$

$$\lim_{t_2 \to t_1}\left(\frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1}\right) \equiv w$$

Thus, taking the limit of Eq.(2.1.1) as $t_2 - t_2$, we obtain

وهكذا، بأخذ الحد للمعادلة (2.1.1) عندما $t_2 - t_2$ ، لنحصل

$$\frac{D\rho}{Dt} \equiv \frac{\partial \rho}{\partial t} + u\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\frac{\partial \rho}{\partial y} + w\frac{\partial \rho}{\partial z} \qquad (2.1.2)$$

From (2.1.2) we obtain an expression for the substantial derivate in Cartesian coordinates

من (2.1.2) نحصل على التعبير عن الاشتقاق الكبير في الإحداثيات الديكارتية

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z} \qquad (2.1.3)$$

In cartesian coordinates the vector operator ∇ is defined as

في الإحداثيات الديكارتية يتم تعريف عامل المتجه ∇

$$\nabla \equiv \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z} \qquad (2.1.4)$$

Hence Eq.(2.1.3) can be written as

وبالتالي يمكن أن تكون المعادلة (2.1.3) مكتوبة

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \qquad (2.1.5)$$

Eq.(2.1.5) represents a definition of the substantial derivative operator in vector notation; thus it is valid for any coordinate system.

المعادلة (2.1.5) تمثل تعريف عامل الاشتقاق الكبير في تدوين المتجهات، وبالتالي يصح لأي نظام احداثيات.

$\frac{\partial}{\partial t}$ is called the ***local derivative*** which is physically the time rate of change at a fixed point; $\vec{V} \cdot \nabla$ is called the *consecutive derivative,* which is physically the time rate of cange due to the movement of the fluid element from one location to another in the flow field where the flow properties are spatially different. The substantial derivative applies to any flow-field variable, for example, Dp/Dt, DT/Dt, ..., where p and T are static pressure and temperature respectively.

The substantial derivative is essentially the same as the total differential from calculus. Therefore, the substantial derivative is nothing more than a total derivative with respect to time.

$\frac{\partial}{\partial t}$ تسمى **المشتقات المحلية** التي هي فعليا المعدل الزمني للتغيير في نقطة ثابتة، ويسمى الاشتقاق المتتالي، وهو فعليا معدل الوقت للتغيير بسبب حركة العنصر السائل من مكان إلى آخر في حقل السريان حيث خصائص السريان هي مختلفة مكانياً. الاشتقاق الكبير ينطبق على أي متغير في ميدان التدفق ، على سبيل المثال، Dp/Dt, DT/Dt، حيث p و T هي الضغط ودرجة الحرارة على التوالي.

الاشتقاق الكبير هو اساساً نفس مجموع التفاضل من حساب التفاضل و التكامل. لذلك ، الاشتقاق الكبير ليس أكثر من مجرد مجموع المشتقات مع احترام الوقت.

2.3 المعنى الفيزيائية من تباعد السرعة (divergence of velocity) $\nabla \cdot \vec{V}$

تباعد السرعة (divergence of velocity) $\nabla \cdot \vec{V}$

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{1}{\delta V} \frac{D(\delta V)}{Dt} \quad \text{.....................................(2.4)}$$

$\nabla \vec{V}$ is physically the time rate of change of the volume of a moving

$\nabla \vec{V}$ هو التغيير الزمني لحجم التحكمي (control volume) من عضو مائع (fluid element) جارٍ (moving) و ذلك

حسب الحجم التحكمي (per control volume)	fluid element, per unit volume.

2.4 حفظ الكتلة (mass conservation)

صيغة قانون حفظ الكتلة مطبقاً على سريان المائع:

"معدل تراكم الكتلة داخل الحجم التحكمي مضافاً إليه خالص معدل سريان الكتلة إلى خارج الحجم التحكمي يساوي صفر.

الكتلة الكلية داخل الحجم التحكمي = $\oiiint_V \rho dV$

معدل ازدياد الكتلة داخل الحجم التحكمي (control volume):

$$\frac{\partial}{\partial t}\oiiint_V \rho dV = \oiiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

لأن حدود التكامل لا تعتمد على الوقت.

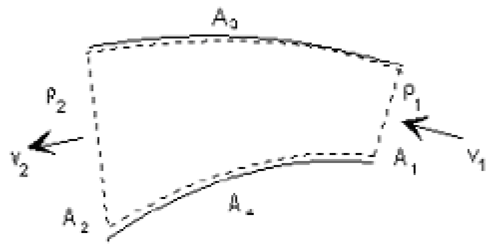
من المعادلة (2.1) خالص سريان الكتلة إلى خارج الحجم التحكمي

$$= \oiint_A \rho \underline{v}.d\underline{A}$$

$$\oiiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \oiint_A \rho \underline{v}.d\underline{A} = 0 \qquad \text{..................(2.4)}$$

المادلة (2.4) هي معادلة حفظ الكتلة في الصورة التكاملية (integral form).

تطبيق على سريان احادي البعد (الشكل 2.2):



الشكل 2.2

الحد الاول في المعادلة (2.4) يساوي صفر نسبةً لرتابة السريان. السطحان (3) و (4) لا يعتبرهما كتلة. ولذلك يصير فيهما تكامل الحد الثاني و معادلة الكتلة صفراً.

تختزل الكتلة بذلك الى الصورة:

$$\iint_{A_1} \rho \underline{v}_1 \cdot d\,\underline{A}_1 + \iint_{A_2} \rho \underline{v}_2 \cdot d\,\underline{A}_2 = 0$$

وبلاحظة ان المتجه $\underline{A}$ يتجه إلى خارج الحجم التحكمي

$$-\iint_{A_1} \rho v_1 \cdot dA_1 + \iint_{A_2} \rho v_2 \cdot dA_2 = 0$$

$$-\rho_1 v_1 A_1 + \rho_2 v_2 A_2 = 0$$

$$\rho v A = \text{ثابت} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.5)$$

2.4.1 معادلة الاستمرارية (continuity equation)

يطلق هذا الاسم عامةً على معادلة حفظ الكتلة في صورتها التفاضلية. بدءً من المعادلة (2.4) يمكن تحويل الحد الثاني من صورة التكامل السطحي الى صورة التكامل الحجمي باستخدام نظرية التباعد (divergence theorem).

للحصول على المعادلات الأساسية لحركة الموائع، يجب دائما اتباع الطريقة التالية :

- اختيار المبادئ الفيزيائية الأساسية المناسبة من الفيزياء
- تطبيق هذه المبادئ الفيزيائية لنموذج سريان مناسب.

To obtain the basic equations of fluid motion, always the following way is followed:

- Choose the appropriate fundamental physical principles from physics
- Apply these physical principles to

a suitable model of the flow.

- From this application, extract the mathematical equations which embody such physical principles.

So, in our case the physical principle is: “Mass is Conserved”.

- من هذا التطبيق، استخراج المعادلات الرياضية التي تتضمن المبادئ الفيزيائية.

لذا، في حالتنا الفيزيائية المبدأ هو : "الكتلة هي المحفوظة" (“Mass is Conserved”).

$$\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \iiint_V (\nabla . \rho \underline{v}) dV = 0$$

$$\iiint_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla . \rho v \right) dV = 0$$

تبعاً لقوانين التكامل تكون قيمة المكامَل صفراً إذا كانت قيمة التكامل صفراً و كانت حدود التكامل اختياريةً.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla . \rho \underline{v} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.6a)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.6b)$$

حيث u ,v ,w هي مركبات السرعة في الاتجاهات x , y , z . و في حال ان السريان لا انضغاطي (incompressible flow)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.7)$$

Divergence Theoreme:

1 اذا كانت $f = f(x, y, z)$
فان ممال f هو المتجه:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}\underline{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\underline{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\underline{k} \qquad \text{.......................................(1)}$$

2 اذا كانت $\underline{\varphi}$ متجه ذا مركبات مطلقة φ_x و φ_y و φ_z في الاتجاهات x و y و z ، على التوالي ، فان التباعد لـ$\underline{\varphi}$

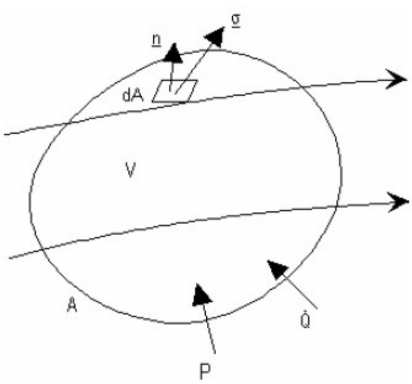
$$\nabla \cdot \underline{\varphi} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_k}{\partial x} \qquad \text{.......................................(2)}$$

3 تربط نظرية التباعد التكامل الحجمي و التكامل السطحي بالعلاقة

$$\oiiint_V \left(\nabla . \underline{\varphi}\right) dV = \oiint_A \underline{\varphi} . d\underline{A} \qquad \text{................................(3)}$$

2.5 حفظ الطاقة (energy conservation)

الشكل 2.5



تستمد معادلة حفظ الطاقة من القانون الاول للحركية الحرارية مطبقاً على حجم تحطمي:

"معدل تراكم الطاقة داخل الحجم التحكمي مضافاً اليه خالص معدل سريان الطاقة الى خارج الحجم التحطمي بانتقال الكتلة يعادل القدرة المبذولة على المائع داخل الحجم التحكمي مضافاً اليها خالص معدل سريان الحرارة إلى داخل الحجم التحكمي".

$$\frac{\partial}{\partial t}\oiiint_V \rho\left(e + \frac{v^2}{2} + gz\right)dV + \oiint_A \rho\left(e + \frac{v^2}{2} + gz\right)\underline{v} . d\underline{A} = \oiint_A (\underline{\sigma} . \underline{v}) dA + P + \dot{Q}$$

الحدان الاوليان في جانب المعادلة الأيمن يعبران عن القدرة المبذولة على المائع داخل الحجم التحكمي، و $\dot{Q}$ معدل سريان الحرارة إلى داخل الحجم التحكمي. **بتجاهل اللزج** (viscosity) يصبح الإجهاد (stress) σ:

$$\underline{\sigma} = -p\underline{n}$$

<-

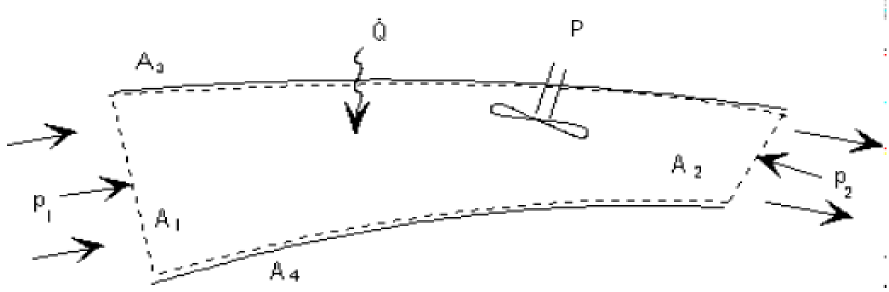
$$\iiint_V \frac{\partial}{\partial t}[\rho(e + \frac{v^2}{2} + gz)]dV + \oiint_A \rho(e + \frac{v^2}{2} + gz)\underline{v} \cdot d\underline{A} = -\oiint_A p\underline{v} \cdot d\underline{A} + P + \dot{Q}$$

$$\iiint_V \frac{\partial}{\partial t}[\rho(e + \frac{v^2}{2} + gz)]dV + \oiint_A \rho(e + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz)\underline{v} \cdot d\underline{A} = P + \dot{Q} \qquad (2.8)$$

تطبيق على سريان رتيب أحادي البعد:

رتابة السريان تعني أن الحد الأول في المعادلة (2.8) يساوي صفر، و لا انتقال للكتلة عبر الأسطح (3) و (4).

وبذلك تُختزل المعادلة إلى الصورة



الشكل 2.5

$$-\rho_1(e_1+\frac{p_1}{\rho_1}+\frac{v_1^2}{2}+gz_1)v_1A_1+\rho_2(e_2+\frac{p_2}{\rho_2}+\frac{v_2^2}{2}+gz_2)v_2A_2=P+\dot{Q}$$

بالاستعانة بمعادلة حفظ الكتلة للسريان الرتيب أحادي البعد (2.5)

$$\rho_1 \boldsymbol{v}_1 A_1 = \rho_2 \boldsymbol{v}_2 A_2 = \dot{m}$$

$$\dot{m}(e_1+\frac{p_1}{\rho_1}+\frac{v_1^2}{2}+gz_1)+P+\dot{Q}=\dot{m}(e_2+\frac{p_2}{\rho_2}+\frac{v_2^2}{2}+gz_2)$$

$$\frac{e_1}{g}+\frac{p_1}{\rho_1 g}+\frac{v_1^2}{2g}+z_1+\frac{P}{\dot{m}g}+\frac{\dot{Q}}{\dot{m}g}=\frac{e_2}{g}+\frac{p_2}{\rho_2 g}+\frac{v_2^2}{2g}+z_2 \text{ ....}(2.9)$$

في كثير من التطبيقات الهندسية يمكن تجاهل انتقال الحرارة $\dot{Q}=0$

و تجاهل التغير في درجة الحرارة $T_1 = T_2\,,\quad e_1 = e_2$

ويمكن اعتبار السريان لا انضغاطي $\rho_1 = \rho_2 = \rho$

فتصبح المعادلة (2.9)

$$\frac{p_1}{\rho_1 g} + \frac{v_1^{\,2}}{2g} + z_1 + \frac{P}{\dot{m} g} = \frac{p_2}{\rho_2 g} + \frac{v_2^{\,2}}{2g} + z_2 \quad \text{.................................}(2.10)$$

في حال أن القدرة P موجبة فإنها تمثل مضخة و إذا كانت سالبة فتمثل عنَفة.

في حال عدم وجود مضخة أو عنفة بين المقطعين (1) و (2) تصبح المعادلة (2.10)

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^{\,2}}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^{\,2}}{2g} + z_2 = \text{السمت الكلي} \quad \text{.............}(2.11)$$

أي: السمت الكلي = سمت الرفع + سمت السرعة + سمت الضغط

مثال

يُعرَف الآتي عن وحدة ضخ ترفع الماء من النيل إلى أعلى الجرف:

الرفع: 8m

معدل السريان الحجمي 15 l/s

قطر الأنبوب صعيد المضخة: 154mm

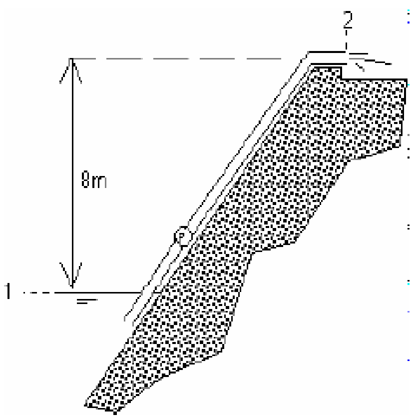
قطر الأنبوب سافل المضخة: 102mm

كثافة الماء: $1000 kg\backslash m^3$

المطلوب حساب:

(أ) السرعة صعيد وسافل المضخة

(ب) القدرة الخارجة من المضخة إذا اعتبرنا السريان لا لزجي.



الشكل (2.6)

(أ) معادلة حفظ الكتلة (2.5) للسريان اللاإنضغاطي تُعطي

$$\boldsymbol{v}_u \,.\, A_u = \boldsymbol{v}_d .\, A_d = \dot{V} = 0.015\ m^3/s$$

$$v_u = \frac{0.015}{\frac{\pi}{4}(0.154)^2} = 0.81 m/s$$

$$v_d = \frac{0.015}{\frac{\pi}{4}(0.102)^2} = 1.84 m/s$$

حيث اللاحقة u تعني صعيد المضخة و اللاحقة d تعني سافل المضخة.

(ب) معادلة الطاقة لهذه الحالة (2.10)

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{{v_1}^2}{2g} + z_1 + \frac{P}{\dot{m}\, g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{{v_2}^2}{2g} + z_2$$

$$P = \dot{m}\, g\left[\frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{{v_2}^2 - {v_1}^2}{2g} + (z_2 - z_1)\right]$$

المقطعان (1) و (2) مفتوحان للجو و يعني ذلك

$$p_1 = p_2 = p_a$$

$$p_2 - p_1 = 0$$

كما أن $z_2 - z_1 = 8$

السطح (1) سطح النيل: سرعة نقصانه صفر !

$$v_1 = 0\ ,\ v_2 = v_d$$

معدل سريان الكتلة $\dot{m}$

$$\dot{m} = \rho\, \dot{V} = 1000(0.015) = 15.0\ kg/s$$

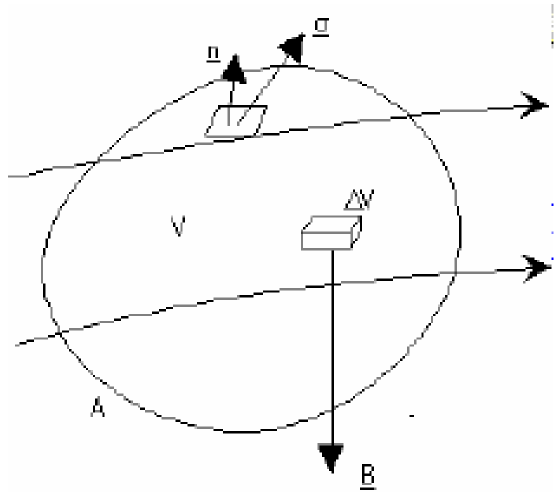
وتصبح المعادلة

$$\mathbf{P = (15.0)(9.81)\ [\ \frac{(1.84)^2}{2(9.81)} + 8\ ] = 1203W}$$

القدرة الخارجة = **1.2 kW**

2.6 حفظ كمية التحرك (momentum conservation)

الشكل 2.6



يستمد هذا القانون من قانون نيوتن الثاني (Second Newtonian Law) للحركة مطابقاً على حخم التحكمي: "معدل تراكم كمية التحرك داخل الحجم التحكمي مضافاً اليه خالص معدل سريان كمية التحرك إلى خارج الحجم التحكمي بإنتقال الكتلة يعادل مجموع القوى المؤثرة على المائع".

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V (\rho \underline{v})dV + \iint_A \rho \underline{v}(\underline{v}.d\underline{A}) = \iiint_V \underline{B}dV + \iint_A \underline{\sigma}dA$$

$$\iiint_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho \underline{v})dV + \iint_A \rho \underline{v}(\underline{v}.d\underline{A}) = \iiint_V \underline{B}dV + \iint_A \underline{\sigma}dA \quad ....(2.12)$$

نسترجع هنا أن الإجهاد $\underline{\sigma}$ يساوي مجموع المتجهين $p\underline{n}$ - و $\underline{\tau}$. كما أن $\underline{B}$ هي القوة الجسمية على وحدة حجمية و تتمثل في الأحوال الأعم في قوة الجاذبية على وحدة حجمية أي $\underline{B} = -\rho g \underline{k}$.

2.7 تلخيص المعادلات الاساسية (governing equations) لديناميك الموائع مع ملاحظات

2.7.1 معادلات السريان اللزجي (viscous flow) دون النظر الى تفاعلات الكيميائية (without considering chemical reactions)

السريان اللزجي هو الذي يتضمن ظواهر التبدد والنقل ، اللزوجة والتوصيل الحراري إضافة لم يتم تضمين ظاهرة النقل لنشر الكتلة لأننا قمنا بتحديد اعتباراتنا إلى تفاعلات غاز متجانسة و غير كيميائيا. الاحتراق على سبيل المثال هو سريان مع تفاعل كيميائي. إذا كان لا بد من شمل النشر، لن يكون هناك معادلات استمرارية إضافية -- أنواع معادلات الاستمرارية التي تنطوي على نقل الكتلة للأنواع الكيميائية i بسبب تدرج التركيز للأنواع.

Viscous flow: a flow which includes the dissipative, transport phenomena of viscosity and thermal conduction. The additional transport phenomenon of mass diffusion is not included because we are limiting our considerations to a homogenous, non-chemically reacting gas. Combustion for example is a flow with a chemical reaction. If diffusion were to be included, there would be additional continuity equations – the species continuity equations involving mass transport of chemical species *i* due to a concentration gradient in the species.

وعلاوة على ذلك فإن معادلة الطاقة لديها إضافة مدة على حساب نقل الطاقة بسبب انتشار الأنواع.

Moreover the energy equation would have an additional term to account for energy transport due to the diffusion of species.

مع الاخذ في الاعتبار القيود المذكورة أعلاه ، والمعادلات الاساسية لغير ثابت، ثلاثي الأبعاد انضغاطي، ، والسريان اللزج هي :

With the above restrictions in mind, the governing equations for an unsteady, three-dimensional, compressible, viscous flow are:

معادلات الاستمرارية

Continuity equations

(بالشكل الغير محافظي)

(Non-conservation form – [Wendt 2009], Eq.2.18)

$$\frac{D\rho}{Dt}+\rho\nabla\cdot\vec{V}=0$$

الشكل التحفظي (Conservation form – [Wendt 2009], Eq. 2.27)

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla(\rho\cdot\vec{V})=0$$

Equation [Wendt 2009], (2.18) is the continuity equation in non-conservation form. Note that:

1. By applying the model of an *infinitesimal fluid element*, we have obtained Eq. [Wendt 2009], (2.18) *directly* in partial differential form.
2. By choosing the model to be *moving with the flow*, we have obtained the ***non-conservation*** form of the continuity equation, namely Eq. [Wendt 2009], (2.18).

Equation [Wendt 2009], (2.27) is the continuity equation in ***conservation*** form. Note that:

1. By applying the model of an *finite control volume*, we have obtained Eq. [Wendt 2009], (2.23) *directly* in integral form. Only after some manipulation of the integral form the partial differential form, namely Eq. [Wendt 2009], (2.27), is obtained.
2. By choosing the model to be *fixed in space*, we have obtained the conservation form of the continuity equation, namely Eqs. [Wendt 2009], (2.13) and (2.27).

المعادلة (2.18) ,[Wendt 2009 هي معادلة الاستمرارية في **الشكل الغير تحفظي**.

ملاحظة ما يلي :

1. من خلال تطبيق نموذج لعنصر مائع متناهي الصغر، لنحصل على المعادلة. [Wendt 2009], (2.18) مباشرة على شكل تفاضلي جزئي.
2. عن طريق اختيار النموذج الذي يتحرك مع السريان، لقد حصلنا على **الشكل الغير تحفظي** لمعادلة الاستمرارية ، وهي المعادلة. [2009 Wendt]، (2.18).

المعادلة [Wendt 2009]، (2.27) هي معادلة الاستمرارية في **الشكل التحفظي**

ملاحظة ما يلي :

1. من خلال تطبيق نموذج لمراقبة الحجم المحدود، حصلنا على المعادلة. [Wendt 2009]، (2.23) مباشرة في شكل متكامل. فقط بعد مرور بعض معالجات للشكل التفاضلي الجزئي. اي [Wendt 2009]، (2.27).التي حصلنا عليها
2. عن طريق ختيار نموذج للتثبيت في الفضاء، لنحصل على شكل التحفظي لمعادلة الاستمرارية

Momentum equations

معادلات كمية التحرك

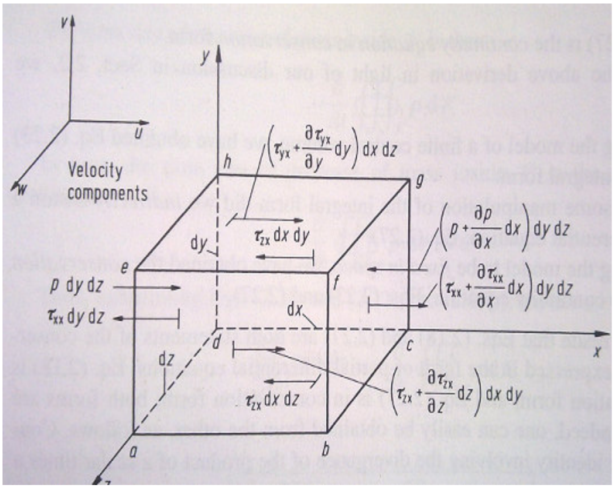
(Non-conservation form – [Wendt

2009], Eqs. 2.36a-c)

x-component: $$\rho\frac{Du}{Dt}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}+\rho f_x$$

y-component: $$\rho\frac{Dv}{Dt}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}+\rho f_y$$

z-component: $$\rho\frac{Dw}{Dt}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}+\rho f_z$$



[Wendt 2009], Fig.2.5: Infinitesimally small, moving fluid element. Only the forces in the x direction are shown.

Wendt] 2009]، الشكل 2.5: تحرك لعنصر مائع متناهي الصغر. لا تظهر إلا للقوات في الاتجاه x.

Total force in the x-direction: F_x

F_x هي القوة الاجمالية في اتجاه x

[Wendt 2009], S.28 Def. of body forces and surface forces:

هناك نوعين من القوة في هذا الايطار:

1. *Body forces*, which act directly on the volumetric mass of the fluid element. **Examples: gravitational, electric and magnetic forces.** Def.: body force on the fluid element acting in the

1. **قوات جسمية** التي تتفاعل مباشرةً على الكتلة الحجمية للعضو مائعي (fluid element). و امثلة هي: القوة الجاذبية والكهروبائية والمغناطسية.

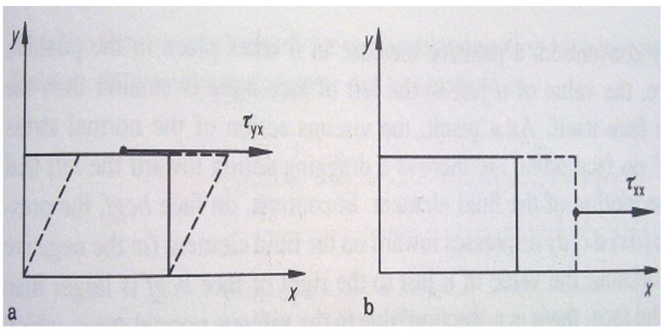
تعريف: القوة الجسمية على العضو المائع تتمثل

x-direction $= \rho f_x (dxdydz)$.

في الاتجاه x = $\rho f_x (dxdydz)$

2. *Surface forces*, which act directly on the surface of the fluid element. They are due to only two sources: (a) pressure distribution acting on the surface, imposed by the outside fluid surrounding the fluid element, and (b) the shear and normal stress distributions acting on the surface, also imposed by the outside fluid "tugging" or "pushing" on the surface by means of friction.

2. **قوات سطحية** التي تتفاعل مباشرة على سطح العضو المائعي.وهو ناشىء من مصدرين اثنين فقط : (a) توزيع الضغط التي تعمل على السطح, التي يفرضها خارج المائع في المناطق المحيطة بالعنصر المائع، و (b) هي توزيعات الضغط الطبيعي و القص التي تعمل على السطح ، كما فرضت من قبل خارج المائع "التجاذبات" أو "الدفع" على السطح عن طريق الاحتكاك.



[Wendt 2009], Fig.2.6: Illustration of shear and normal stresses

[Wendt 2009], الشكل 2.6: رسم توضيحي للقص و للضغوضات الطبيعية

(Conservation form – [Wendt 2009], Eqs. 2.42a-c)

الشكل التحفظي- [Wendt 2009], Eqs. 2.42a-c))

x-component: $\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} - \rho f_x$

y-component: $\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} - \rho f_y$

z-component: $\frac{\partial(\rho w)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho w\vec{V})=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}-\rho f_z$

Energy equation **معادلة الطاقة**

(Non-conservation form – [Wendt 2009], Eq. 2.52) الشكل الغير تحفظي

$$\rho\frac{D}{Dt}\left(e+\frac{V^2}{2}\right)=\rho\dot{q}+\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)$$
$$-\frac{\partial(up)}{\partial x}-\frac{\partial(vp)}{\partial y}-\frac{\partial(wp)}{\partial z}+\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x}$$
$$+\frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y}+\frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z}+\frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x}+\frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y}$$
$$+\frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z}+\frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x}+\frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y}+\frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z}+\rho\vec{f}\cdot\vec{V}$$

(Conservation form – [Wendt 2009], Eq. 2.64) الشكل التحفظي

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\right]+\nabla\cdot\left[\rho\left(e+\frac{V^2}{2}\vec{V}\right)\right]$$
$$=\rho\dot{q}+\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)$$
$$+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)-\frac{\partial(up)}{\partial x}-\frac{\partial(vp)}{\partial y}-\frac{\partial(wp)}{\partial z}+\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x}$$
$$+\frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y}+\frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z}+\frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x}+\frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y}$$
$$+\frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z}+\frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x}+\frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y}+\frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z}+\rho\vec{f}\cdot\vec{V}$$

2.7.2 معادلات السريان الا لزجي (inviscous flow) دون النظر الى تفاعلات الكيميائية (without considering chemical reactions)

Here are the viscous terms of the above equations dropped.

هنا شروط اللزوجة لمعادلات الإسقاط أعلاه.

2.7.3 تعليقات على المعادلات الاساسية

اذا تأملنا المعادلات الاساسية، نستطيع ان نقول التالي:

1. هي مجموعة مزواجة من المعادلات التفاضلية الجزئية الغير خطية وبالتالي من الصعب جدا حلها تحليلياً, حتى الآن ، لا يوجد اي حل تحليلي لهذه المعادلات.
2. لمعادلات كمية التحرك والطاقة ، الفرق بين الأشكال الغير تحفظية و التحفظية على المعادلة هو مجرد الجانب الأيمن.
3. لاحظ أن شكل التحفظي للمعادلات تحتوي شروط على الجانب الأيمن, التي تشمل بعض الاختلاف في الكمية ، مثل $\nabla\cdot(\rho\cdot\vec{V})$, $\nabla\cdot(\rho u\vec{V})$ وما إلى ذلك. لهذا السبب ، يسمى في بعض الأحيان الشكل التحفظي للمعادلات الاساسية بشكل التباعد.
4. الشروط العادية و الضغط، في هذه المعادلات هي دالات من تدرجات السرعة

Surveying the above governing equations, several comments and observations can be made:

1. They are coupled system of non-linear partial differential equations, and hence are very difficult to solve analytically. To date, there is no general closed-form solution to these equations.
2. For the momentum and energy equations, the difference between the non-conservation and conservation forms of the equation is just the left-hand side.
3. Note that the conservation form of the equations contain terms on the left-hand side which include the divergence of some quantity, such as $\nabla\cdot(\rho\cdot\vec{V})$, $\nabla\cdot(\rho u\vec{V})$, etc. For this reason, the conservation form of the governing equations is sometimes called the *divergence form*.
4. The normal and stress terms

in these equations are functions of the velocity gradients, as given by [Wendt 2009], Eqs. (2.43a-f).

5. The system contains five equations in terms of six unknown flow-field variables, ρ, p, u, v, w, e. In aerodeynamics, it is generally reasonable to assume the gas is a perfect gas (which assumes that intermolecular forces are negligible). For a perfect gas, the equation of state is $p = \rho RT$, where R is the specific gas constant. This provides a sixth equation, but it also introduces a seventh unknown, namely temperature, T. A seventh equation to close the entire system must be a thermodynamic relation between state variables. For example, e = e(T,p) For a calorically perfect gas (constant specific heats), this relation would be $e = c_v T$ where c_v is the specific heat at constant volume.

6. Historically, the momentum

، كما معطى حسب [Wendt 2009], Eqs. (2.43a-f).

5. تحتوي المنظومة على خمسة معادلات في المصطلحات لستة متغيرات غير معروفة لحقل سريان ρ, p, u, v, w, e. في الديناميكا الجوية ، من المعقول أن نفترض عموما الغاز هو غاز المثالي (الذي يفترض أن القوات بين الجزيئات تكاد لا تذكر). بالنسبة للغاز مثالي ، المعادلة للحالة هي $p = \rho RT$ حيث R هو الثابت المحدد للغاز. هذا يعطي المعادلة السادسة ، لكنه يقدم أيضا مجهول سابع ، وهي درجة الحرارة ، T .المعادلة السابعة لإغلاق النظام بأكمله يجب أن تكون علاقة حرارية بين متغيرات الحالة. على سبيل المثال ، e = e(T,p) بالنسبة لغاز مثالي بالوحدات الحرارية (تسخين ثابت محدد) ، فسوف تكون هذه العلاقة $e = c_v T$ حيث c_v هي الحرارة النوعية لحجم ثابت.

6. تاريخيا ، وتسمى معادلات كمية التحرك

للتدفق اللزج بمعادلات نافيير ستوكس (Navier-Stokes). ومع ذلك ، في الأدب ال CFD الحديث "، وهو حل نافيير ستوكس" يعني ببساطة إيجاد حل لمشكلة التدفق اللزج باستعمال المعادلات الاساسية (بما في ذلك الاستمرارية فضلا عن الطاقة وكمية التحرك).

equations for a viscous flow are called the ***Navier-Stokes equations***. However, in modern CFD literature, "a Navier-Stokes solution" simply means a solution of a *viscous flow problem* using *full governing equations (including continuity as well as energy and momentum)*.

2.7.4 الحالات الجدارية (boundary conditions)

الحالات الجدارية ، وأحيانا الحالات الأولية، تملي حلولا معينة التي يمكن الحصول عليها من المعادلات الاساسية. (وهذا ما يجعل الفرق مثلا بين السريان على ال Boing 757 او طاحونة الرياح السابقة ، على الرغم من ان المعادلات هي نفسها). للمائع اللزج، الحالة الجدارية على السطح لا تتحمل السرعة النسبية بين السطح والغاز مباشرة على السطح. وهذا ما يسمى حالة عدم الانزلاق (*no-slip*). إذا كان السطح هو ثابت اذاً $u = v = w = 0$ على السطح (للسريان اللزج)

The boundary conditions, and sometimes the initial conditions, dictate the particular solutions to be obtained from the governing equations. (This makes the difference for example between the flow over a Boing 757 or past a wind mill, although the equations are the same). For a viscous fluid, the boundary condition on a surface assumes no relative velocity between the surface and the gas immediately at the surface. This is called the *no-slip* condition. If the surface is stationary, then $u = v = w = 0$ at the surface (for a viscous flow).

For an inviscid fluid, the flow

slips over the surface (there is no friction to promote its ‘sticking’ to the surface); hence, at the surface, the flow must be tangent to the surface. $\vec{V}\cdot\vec{n}=0$ at the surface (for a inviscid flow), where $\vec{n}$ is a unit vector perpendicular (that means orthogonal) to the surface. The boundary conditions elsewhere in the flow depend on the type of problem being considered, and usually pertain to inflow and outflow boundaries at a finite distance from the surfaces, or an ‘infinity’ boundary condition infinitely far from surface.

The boundary conditions discussed above are physically boundary conditions in nature.

In CFD we have an additional concern, namely the proper numerical implementation of the boundary conditions.

للسائل الغير لزجي، السريان يتزلق على السطح (لا يوجد احتكاك من أجل تعزيز "اللصق" على السطح)، وبالتالي على السطح، السريان يجب أن يكون مماس الى السطح. $\vec{V}\cdot\vec{n}=0$ على السطح (للسريان الالزجي) حيث $\vec{n}$ هو وحدة متجه عمودي (وهذا يعني متعامد) على السطح. الحالات الجدارية في أماكن أخرى من السريان يعتمد على نوع المشكلة التي يجري النظر فيها، وتتعلق عادة بحدود السريان الداخل و الخارج على مسافة محدودة من السطوح ، أو حالة الحدود "اللانهاية" التي بشكل مطلق بعيدة من السطح. الحالات الجدارية التي نوقشت أعلاه هي فعليا الحالات الجدارية الفيزيائية في الطبيعة. في CFD لدينا قلق إضافي، لمعرفة التنفيذ العددية السليم للحالات الجدارية.

2.8 اشكال للمعادلات الاساسية تلائم مع CFD: ملاحظات على الشكل التحفظي (conservation form)

نستطيع ان نكتب مجموعة المعادلات الاساسية بالشكل التحفظي (conservation form) بالشكل العام التالي:

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial y}+\frac{\partial H}{\partial z}=J}$$ [Wendt], Eq. 2.65

حيث

$$U=\begin{Bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ \rho(e+V^2/2)\end{Bmatrix}$$

$$H=\begin{Bmatrix}\rho w\\ \rho uw-\tau_{zx}\\ \rho vw-\tau_{zy}\\ \rho w^2+p-\tau_{zz}\\ \rho(e+V^2/2)w+pw-k\dfrac{\partial T}{\partial z}-u\tau_{zx}-v\tau_{zy}-w\tau_{zz}\end{Bmatrix}$$

$$F=\begin{Bmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p-\tau_{xx}\\ \rho vu-\tau_{xy}\\ \rho wu-\tau_{xz}\\ \rho(e+V^2/2)u+pu-k\dfrac{\partial T}{\partial x}-u\tau_{xx}-v\tau_{xy}-w\tau_{xz}\end{Bmatrix}$$

$$J=\begin{Bmatrix}0\\ \rho f_x\\ \rho f_y\\ \rho f_z\\ \rho(uf_x+v\rho f_y+w\rho f_z)+p\dot{q}\end{Bmatrix}$$

$$G=\begin{Bmatrix}\rho v\\ \rho uv-\tau_{yx}\\ \rho v^2+p-\tau_{yy}\\ \rho wv-\tau_{yz}\\ \rho(e+V^2/2)v+pv-k\dfrac{\partial T}{\partial y}-u\tau_{yx}-v\tau_{yy}-w\tau_{yz}\end{Bmatrix}$$

في المعادلة **[Wendt]**, **Eq**. **2.65**، الموجهات العمودية F و G و Hتسمى الموجهات السريانية، وJ يمثل "مصطلح مصدر" (والذي هو صفر إذا كانت قوى الجسم تكاد لا تذكر). لمشكلة غير رتيبة، تسمى U متجه الحل لان العناصر في

In [Wendt], Eq. 2.65, the column vectors F, G, and H are called the flux terms (or flux vectors), and J represents a 'source term' (which is zero if body forces are negligible). For an unsteady problem, U is called the solution vector because the elements in $U\ (\rho, \rho u, \rho v, \text{etc.})$ are the dependent variables which are usually solved numerically in steps of time. Please note that, in this formalism, it is the elements of U that are obtained computationally, i.e. numbers are obtained for the products $\rho, \rho u, \rho v, \rho w$ and $\rho(e+V^2/2)$. Of course, once numbers are known for these dependent variables (which includes ρ by itself), obtaining the primitive variables is simple:

$U(\rho, \rho u, \rho v, ...)$ هي التي تعتمد على متغيرات يتم حلها عادة عدديا في خطوات الزمن. يرجى ملاحظة أنه في هذه الشكليات، فإن عناصر U هي التي يتم الحصول عليها حسابياً ،مثلاً الارقام التي يتم الحصول عليها للمنتجات $\rho, \rho u, \rho v, \rho w$ و $\rho(e+V^2/2)$

بطبيعة الحال،عندما تعرف الارقام لاول مرة لهذه المتغيرات التابعة (التي تضم ρ في حد ذاته)، الحصول على المتغيرات البدائية هي بسيطة :

$$
\begin{aligned}
\rho &= \rho \\
u &= \frac{\rho u}{\rho} \\
v &= \frac{\rho v}{\rho} \\
w &= \frac{\rho w}{\rho} \\
e &= \frac{\rho(e+V^2/2)}{\rho} - \frac{u^2+v^2+w^2}{2}
\end{aligned}
$$

For an *inviscid flow*, [Wendt et. al. 2009], Eq.(2.65) remains the same, except the elements of the column vectors are simplified. Examining the conservation form of the inviscid equations summerized in Sect. 2.7.2, we find that

لسريان لا لزجي المعادلة [Wendt et. al. 2009] Eq.(2.65) تبقى كما هي، الا ان الموجهات العامودية اصبحت ابسط.

اذا تأملنا الشكل التحفظي للمعادلات اللا

لزجية في باب 2.7.2 نجد ان

$$U=\begin{Bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ \rho(e+V^2/2)\end{Bmatrix}\qquad F=\begin{Bmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho vu\\ \rho wu\\ \rho u(e+V^2/2)u+pu\end{Bmatrix}$$

$$G=\begin{Bmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho wv\\ \rho v(e+V^2/2)+pv\end{Bmatrix}\qquad H=\begin{Bmatrix}\rho w\\ \rho uw\\ \rho vw\\ \rho w^2+p\\ \rho w(e+V^2/2)+pw\end{Bmatrix}$$

$$J=\begin{Bmatrix}0\\ \rho f_x\\ \rho f_y\\ \rho f_z\\ \rho(uf_x+v\rho f_y+w\rho f_z)+p\dot{q}\end{Bmatrix}$$

For the numerical solution of an unsteady inviscid flow, once again the solution vector is U, and the dependent variables for which numbers are directly obtained are products $\rho, \rho u, \rho v, \rho w$ and $\rho(e+V^2/2)$. For a steady inviscid flow, $\partial U/\partial t = 0$.

للحل العددي للسريان اللازجي الغير رتيب، مرة أخرى متجه الحل هو U ، والمتغيرات التابعة لاية ارقام التي يتم الحصول عليها مباشرة من المنتجات $\rho, \rho u, \rho v, \rho w$ و $\rho(e+V^2/2)$. للسريان اللالزجي الرتيب $\partial U/\partial t = 0$.

في كثير من الأحيان، فإن الحل العددي لهذه المشاكل

Frequently, the numerical solution to such problems takes the form of 'marching' techniques; for example, if the solution is being obtained by marching in the x-direction, then [Wendt et. al. 2009], Eq.(2.65) can be written as

تأخذ شكل تقنيات "سيرية"('marching')، على سبيل المثال، إذا كان يتم الحصول على حل عن طريق السير في اتجاه x ، ثم [Wendt et. al. 2009], Eq.(2.65) يمكن كتابتها على النحو التالي

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial x} = J - \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z}}$$ [Wendt], Eq. 2.66

Here, F becomes the 'solution vector', and the dependent variables for which numbers are obtained are $\rho, \rho u, \rho v, \rho w$ and $\rho(e+V^2/2)$. From these dependent variables, it is still possible to obtain the primitive variables, although the algebra is more complex than in the previously discussed case.

Notice that the governing equations when written in the form of [Wendt et. al. 2009], Eq.(2.65), have no flow variables outside the single x,y,z, and t derivates. Indeed, the terms in [Wendt et. al. 2009], Eq. (2.65) have everything buried inside these derivates. The flow equations in the form of [Wendt

هنا F تصبح "متجه المحلول" و المتغييرات التابعة لاية ارقام يمكن الحصول عليها تكون $\rho, \rho u, \rho v, \rho w$ و $\rho(e+V^2/2)$. من هذه المتغييرات التابعة يمكن دائماً الحصول على المتغييرات الاولية (primitive variables) على الرغم من أن الجبر هو أكثر تعقيدا مما كانت عليه في الحالة التي نوقشت سابقا.نلاحظ أن المعادلات الاساسية عند كتابتها في الشكل من [Wendt et. al. 2009] ، المعادلة (2.65) ، ليس لديهم متغيرات السريان خارج المفرد X ، Yو Z، والمشتقات t. في الواقع ، الشروط في [Wendt et. al. 2009], Eq.(2.65) لديها كل شيء متخفي داخل هذه المشتقات. معادلات السريان في

et. al. 2009], Eq.(2.65) are said to be in strong conservation form. In contrast, examine the forms [Wendt et. al. 2009], Eq.(2.42a,b and c) and [Wendt et. al. 2009], Eq.(2.64). These equations have a number of x,y and z derivates expliticly appearing on the right –hand side. These are the *weak conservation* form of the equations.

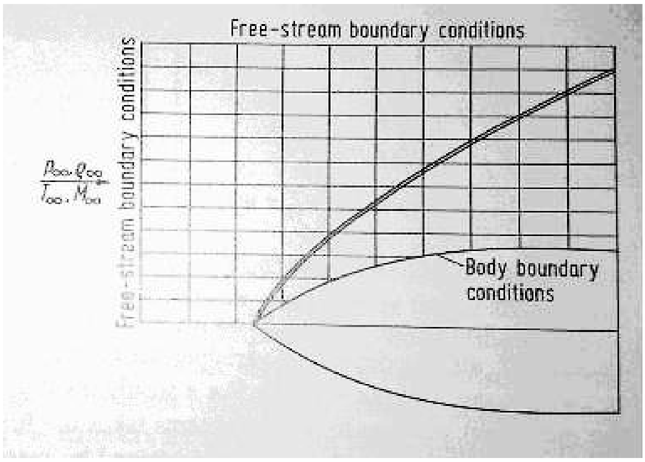
الشكل [Wendt et. Al 2009], Eq. (2.65) تكون معروفة باسم الشكل التحفظي القوي في المقابل ، دراسة أشكال [Wendt et. al. 2009], Eq. (2.42a,b and c) [Wendt et. al. 2009], Eq.(2.64). هذه المعادلات لديها عدد من المشتقات x ، y و z التي تظهر بوضوح على الجانب الأيمن.هذه هي الاشكال التحفظية الضعيفة في المعادلة.

The form of the governing equations giving by Eq. (2.65) is popular in CFD; let us explain why. In flow fields involving shock waves, there are sharp, discontinuous changes in the primitive flow-field variables p, p, u, T, etc., across the shocks. Many computations of flows with shocks are designed to have the shock waves appear naturally within the computational space as a direct result of the overall flow field solution, i.e. as a direct result of the general algorithm, without any special treatment to take care of the shocks themselves. Such approaches are called shock capturing methods. This

شكل المعادلات الاساسية معطى عبر المعادلة. (2.65) هي معروفة جداً في CFD؛ دعونا نوضح السبب. في مجالات السريان تشمل موجات الصدمة، هناك تكون حادة، التغيرات المتقطعة في متغيرات مجال السريان الاولي (primitive flow-field variables): p, p, u, T, ..., عبر الصدمات. صممت العديد من حسابات السريان مع الصدمات هي مصممة لتظهر موجات الصدمة بشكل طبيعي في غضون الحسابية كنتيجة مباشرة من محلول حقل السريان العام، أي كنتيجة مباشرة للخوارزمية العامة، دون أي معالجة خاصة لاخذ الحذر من الصدمات

is in contrast to the alternate approach, where shock waves are explicitly introduced into the flow-field solution, the exact Rankine-Hugoniot relations for changes across a shock are used to relate the flow immediately ahead of and behind the shock, and the governing flow equations are used to calculate the remainder of the flow field. This approach is called the shock-fitting method. These two different approaches are illustrated in Figs. 2.8 and 2.9. In Fig.2.8, the computational domain for calculating the supersonic flow over the body extends both upstream and downstream of the nose. The shock wave is allowed to form within the computational domain as a consequence of the general flow-field algorithm,

نفسها. ويسمى هذا النهج أساليب التقاط الصدمة. هذا هو النقيض للنهج البديل ، حيث يتم إدخال بوضوح موجات الصدمة في محلول مجال السريان، يتم استخدام العلاقات الدقيقة Rankine-Hugoniot للتغييرات عبر الصدمة لربط السريان مباشرةً امام و وراء الصدمة ، و معادلات السريان الاساسية تُستخدم لحساب ما تبقى من مجال السريان. وهذا ما يسمى نهج أسلوب الصدمة المناسب (shock-fitting method). ويتضح هذين النهجين المختلفين في الشكل. 2.8 و 2.9. في الشكل 2.8، المجال الحسابي لحساب السريان الفوق الصوتي على أنحاء الجسم تمتد على حد سواء المنبع والمصب من الأنف. موجة الصدمة هي مخصصة للتشكل في المجال الحسابي نتيجة لخوارزمية حقل السريان العام،



[Wendt et.al.2009], Fig.2.8: Mesh for the shock-capturing approach

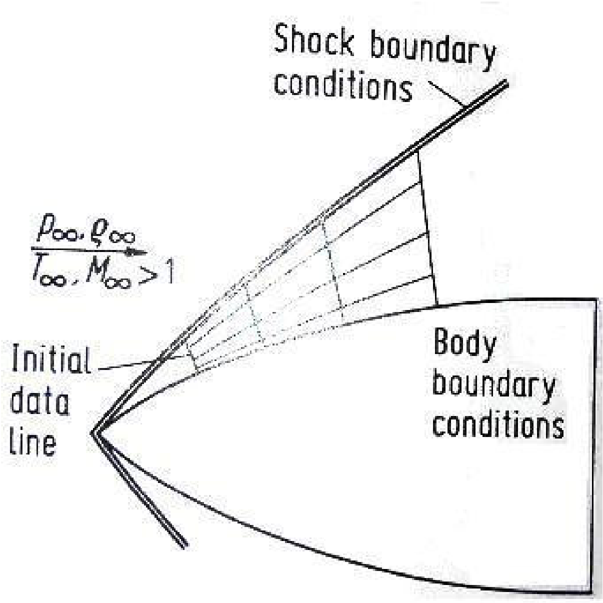
[Wendt et.al.2009] ، الشكل 2.8. : شبكة لنهج التقاط الصدمة

without any special shock relations being introduced. In this manner, the shock wave is captured' within the domain by means of the computational solution of the governing partial differential equations. Therefore, Fig. 2.8 is an example of the shock-capturing method. In contrast, Fig. 2.9 illustrates the same flow problem, except that now the computational domain is the flow between the shock and the body. The shock wave is introduced directly into the solution as an explicit discontinuity, and the standard oblique shock relations (the Rankine-Hugoniot relations) are used the free stream supersonic flow ahead of the shock to the flow computed by the partial differential equations downstream of the shock.

دون إدخال أية علاقات لصدمات خاصة. في هذه الطريقة ، يتم التقاط موجة الصدمة داخل المجال عن طريق الحل الحسابي للمعادلات التفاضلية الجزئية الاساسية.ولذلك ، الشكل. 2.8 مثال على أسلوب التقاط الصدمة. في المقابل ، الشكل. 2.9 يوضح مشكلة السريان نفسها ، إلا أن المجال الحسابي الآن هو السريان بين الصدمة والجسم. ادخال موجة الصدمة مباشرةً في المحلول .بمثابة انقطاع واضح ، وتستخدم معيار العلاقات المقياسية للصدمة المائلة (العلاقات Rankine-Hugoniot) سريان الانسياب الحر الفوق الصوتي قبل الصدمة لحساب السريان بواسطة المعادلات التفاضلية الجزئية باتجاه الصدمة . ولذلك ، الشكل. 2.9

Therefore, Fig. 2.9 is an example of the shock-fitting method. There are advantages and disadvantages of both methods. For example, the shock-capturing method is ideal for complex flow problems involving shock waves for which we do not know either the location or number of shocks. Here, the shocks simply form within the computational domain as nature would have it. Moreover, this takes place without requiring any special treatment of the shock within the algorithm, and hence simplifies the computer programming. However, a disadvantage of this approach is that the shocks are generally smeared over a number of grid points in the computational mesh, and hence the numerically obtained shock thickness bears no relation what-so-ever to the actual physical shock thickness, and the precise location of the shock discontinuity is uncertain within a few mesh sizes. In contrast, the advantage of the shock-fitting method is

مثال على أسلوب الصدمة الملائمة. هناك مزايا وعيوب لكل من هذه الأساليب. على سبيل المثال ، الأسلوب التقاط الصدمة الاسلوب الافضل لمشاكل السريان المعقدة التي تنطوي على موجات الصدمة التي لا نعرف مكان أو عدد الصدمات. هنا ،تتشكل الصدمات ببساطة داخل المجال الحسابي كما يكون في الطبيعة. وعلاوة على ذلك ، وهذا يحدث من دون الحاجة إلى أي علاج خاص لحالة الصدمة داخل الخوارزمية ،و بالتالي يبسط برمجة الكمبيوتر. ومع ذلك ، فإن العائق في هذا النهج هو أن الصدمات عموما تلطخ على عدد من النقاط الشبكة في الشبكة الحاسوبية ، وبالتالي الحصول عدديا على سمك الصدمة لا علاقة له على الإطلاق بسمك الصدمة الفيزيائي الفعلي ، و الموقع الدقيق في تقطع الصدمة غير مؤكد ضمن بعض أحجام شبكة. في المقابل ، الفائدة من أسلوب الصدمة المناسبة (shock-fitting) هو



[Wendt et.al.2009] , Fig.2.9: Mesh for the shock-fitting approach

[Wendt et.al.2009] : . الشكل2.9 : شبكة لنهج الصدمة المناسبة

that the shock is always treated as a discontinuity, and its location is well-defined numerically. However, for a given problem you have to know in advance approximately where to put the shock waves, and how many there are. For complex flows, this can be a distinct disadvantage. Therefore, there are pros and cons associated with both shock-capturing and shock-fitting methods, and both have been employed extensively in CFD. In fact, a combination of these two methods is used to predict the formation and approximate location of shocks, and then these shocks are fit with explicitly in those parts of a flow field where you know in advance

أن تعامل الصدمة دائما على أنها متقطعة ، وموقعها واضح المعالم من الناحية العددية. ومع ذلك ، لمشكلة معينة يجب أن تعرف سابقاً و لو حتى تقريبياً اين توضع موجات الصدمة، و عددها. لتدفقات معقدة ، يمكن ان يكون هذا عائقاً واضح. لذلك ، هناك إيجابيات وسلبيات على حد سواء مرتبطة بكلا الاسلوبين: التقاط الصدمة (shock-capturing) و الصدمة المناسبة (shock-fitting) ، واستخدم الاسلوبين على نطاق واسع في CFD. في الواقع ، يتم استخدام مزيج من هاتين الطريقتين للتنبؤ بتشكل والموقع التقريبي للصدمات ، ومن ثم يتم احتواء هذه

الصدمات بوضوح مع في أجزاء من حقل السريان حيث نعرف سابقاً أنها تحدث ، واستخدام طريقة التقاط الصدمة لما تبقى من حقل السريان من أجل توليد الصدمات التي لا يمكن التنبؤ بها مسبقا.

مرة أخرى ، ماذا يعني كل هذا النقاش يجب أن نفعل مع الشكل التحفظي للمعادلات الاساسية تعطي حسب المعادلة. (2.65)؟ هذا ببساطة. لأسلوب التقاط الصدمة ، وقد أثبتت التجربة أنه يجب استخدام النموذج التحفظي للمعادلات الاساسية.،عندما يستخدم الشكل التحفظي عموماً تكون النتائج الحسابية على نحو سلس ومستقر. ومع ذلك ، عندما يتم استخدام شكل غير تحفظي لحلول التقاط الصدمة ، النتائج الحسابية لحقل السريان تظهر عادة المكانية التذبذبات غير مرضية (ملتوية) بعكس او باتجاه موجة الصدمة ، قد تظهر الصدمات في الموقع الخطأ والحلول قد يصبح ايضاً غير مستقر. في المقابل ، لأسلوب الصدمة المناسبة ، وعادة ما يتم الحصول على نتائج مرضية لأي شكل من

they occur, and to employ a shock-capturing method for the remainder of the flow field in order to generate shocks that you cannot predict in advance.

Again, what does all of this discussion have to do with the conservation form of the governing equations as given by Eq. (2.65)? Simply this. For the shock-capturing method, experience has shown that the conservation form of the governing equations should be used. When the conservation form is used, the computed flow-field results are generally smooth and stable. However, when the non-conservation form is used for a shock-capturing solution, the computed flow-field results usually exhibit unsatisfactory spatial oscillations (wiggles) upstream and downstream of the shock wave, the shocks may appear in the wrong location and the solution may even become unstable. In contrast, for the shock-fitting method, satisfactory results are usually obtained for either form of the equations-conservation or non-conservation.

أشكال المعادلات التحفظية أو غير التحفظية.

Why is the use of the conservation form of the equations so important for the shock-capturing method? The answer can be see by considering the flow across a normal shock wave, as illustrated in Fig. 2.10. Consider the density distribution across the shock, as sketched in Fig. 2.10(a). Clearly, there is a discontinuous increase in p across the shock. If the non-conservation from of the governing equations were used to calculate this flow, where the primary dependent variables are the primitive variables such as p and p, then the equations would see a large discontinuity in the dependent variable p. This in turn would compound the numerical errors associated with the calculation of p. On the other hand, recall the continuity equation for a normal shock wave (see Refs.[1,3]):

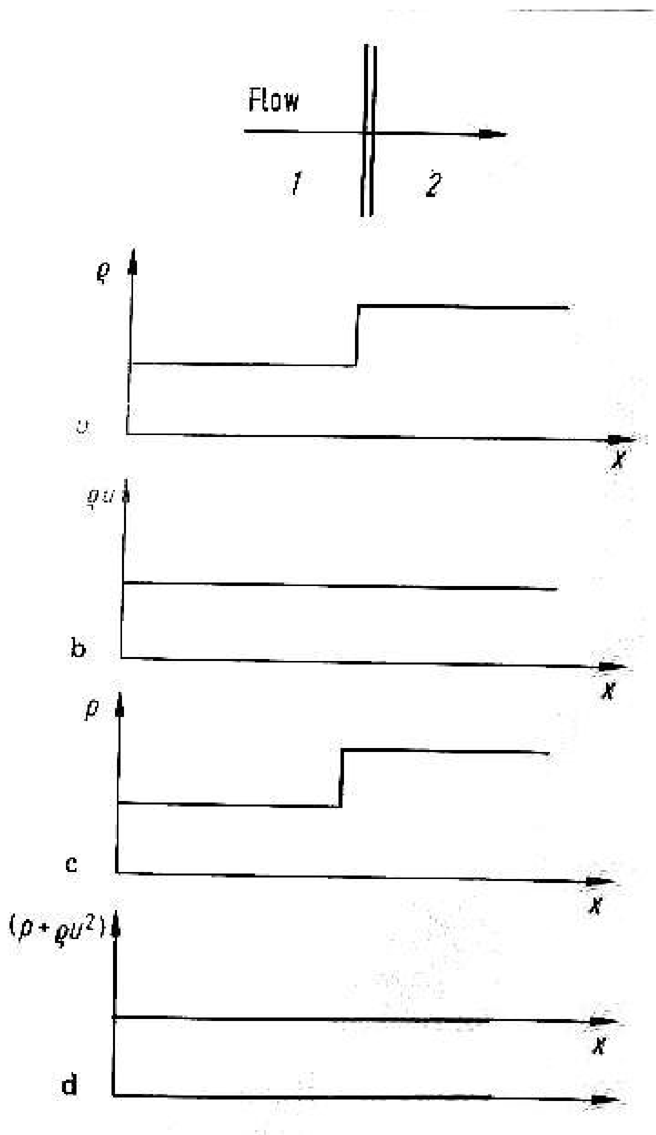
$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \tag{2.67}$$

From Eq. (2.67), the *mass flux*, ρu, is constant across the shock wave, as illustrated in Fig. 2.10(b). The conservation form of the governing equations uses the product ρu as a dependent variable, and hence the conservation form of the equations see no discontinuity in this dependent variable across the shock wave. In turn, the numerical accuracy and stability of the solution should be greatly enhanced. To reinforce this discussion, consider the momentum equation across a normal shock wave [1,3]:

$$\rho_1 + \rho_1 u_1^2 = \rho_2 + \rho_2 u_2^2 \tag{2.68}$$

As show in Fig. 2.10(c), the pressure itself is discontinuous across the shock ; however, from Eq. (2.68) the flux variable ($\rho + \rho u^2$) is constant across the shock.

[Wendt et. al. 2009], Fig.2.10: Variation of flow properties through a normal shock wave



This is illustrated in Fig. 2.10(d). Examining the inviscid flow equations in the conservation form given by Eq. (2.65), we clearly see that the quantity $(\rho + \rho u^2)$ is one of the dependent variables. Therefore, the conservation form of the equations would see no discontinuity in this dependent variables across the shock. Although this example of the flow across a normal shock wave is somewhat simplistic, it serves to explain why the use of the conservation form of the governing equations are so important for calculations using the shock-capturing method. Because the conservation form uses flux variables as the dependent variables, and because the changes in these flux variables are either zero or small across a shock wave, the numerical quality of a shock-capturing method will be enhances by the use of the conservation form in contrast to the non-conservation form, which uses the primitive variables as dependent variables.

In summary, the previous discussion is one of the primary reasons why CFD makes a distinction between the two forms of the governing equations-conservation and non-conservation. And this is why we have gone to great lengths in this chapter to derive these different forms, and why we should be aware of the differences between the two forms.

2.9 مراجع | References

Anderson, John D., Jr.., *Fundamentals of Aerodynamics*, 2nd Edition McGraw-Hill, New York, 1991.

Liepmann, H.W. and Roshko, A., *Elements of Gasdynamics*, Wiley, New York, 1957.

Anderson, J.D., Jr., *Modern Compressible Flow: With Historical Perspective*, 2nd Edition McGraw-Hill, New York, 1990.

Bird, R.B,. Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N. *Transport Phenomena*, 2nd edition, Wiley, 2004.

Kutler, P., 'Computation of Three-Dimensional, Inviscid Supersonic Flows,' in H.J. Wirz (ed.), *Progress in Numerical Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, Berlin, 1975, pp. 293-374.

3 لزجية (Incompressible Inviscid Flows) : طرق حسابية معتمدة على مؤطرات النبع و الدوامة (Source and Vortex Panel Methods)

3.1 مدخل

في هذا الفصال سننظر ان شاء الله الى التحليل العددي (numerical analysis) لسرايين (flows) لا انضغاطية (incompressible) و لا لزجية (inviscid). مبدئياً يمكن ان يستخدم طريقة الفرق المحدود (finite-difference method) - التي ستناقش في ما بعد ان شاء الله- لحل هذا النوع من السرايين. ولكن يوجد طرق اخرى تأدي عدة الى حلول اكثر مناسبة لسرايين لا انضغاطية (incompressible) و لا لزجية (inviscid).

هذا الفصل يناقش احد هذه الطرق – المساة طرق حسابية معتمدة على مؤطرات النبع و الدوامة (Source and Vortex Panel Methods). هذه الطرق اصبحت هي الطرق المقياسية والمعتمد عليها عادة في الشركات التي تصنع الطيارات و هذا منذ العقد 1960

طرق المؤطرات هي طرق حسابية عددية (numerical methods) تحتاج الى قوة حسابية ضخمة و لذلك كومبيوترات سريعة.

3.2 بعض الاوجهة الاساسية لسريان لا انضغاطي و لا لزجي

السريان الغير انضغاطي (incompressible flow) هو سريان بكثافة (density) ثابتة ($\rho = const.$).

تصور عضو مائع (fluid element) بكتلة ثابتة (m = const.) يجري في سريان غير انضغاطي (incompressible flow) في موازاة خط انسياب (streamline). لأن الكثافة ثابتة فبالتالي الحجم (volume) لهذا العضو مائعي هو ايضا ثابت (V = const.). و لأن $\nabla \vec{V}$ ($\vec{V}$ هي السرعة) يشكل التغيير لحجمي لعضو مائعي على مدار الزمان نستطيع ان نكتب:

$$\nabla \vec{V} = 0 \qquad (3.1)$$

∇ هنا ال NABLA-Operatorو هو علامة ملخصة ل grad و هو الgradient.

و إلى هذا فاذا العضو مائعي (fluid element) ايضاً لا يدور لما يتحرك في موازاة الخط الانسياب (streamline) فبالتالي هذا السريان (flow) يسم لا دوراني (irrotational). لهاذا النوع من السرايين، يمكن ان يعبر عن السرعة (velocity) كبوتينزيال (potential) – يُعلم بِ ϕ [5].

$$\vec{V} = \nabla \phi \qquad (3.2)$$

$$\operatorname{grad}\phi = \nabla\phi = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \phi = \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{pmatrix}$$

إذا جمعنا الآن معادلة (3.1) و (3.2) نصل الى:

$$\nabla \cdot \nabla \phi = 0$$

او،

$$\boxed{\nabla^2 \phi = 0} \qquad (3.3)$$

(3.3) تسمى معادلة Laplace (Laplace's equation)، احد المعادلات المشهورة والمدروسة جيداً في مجال الفيزيك الرياضية (mathematical physics).

من معادلة (3.3) نرى ان سرايين (flows) لا انضغاطية (incompressible) و لا لزجية (inviscid) تُحَكَّم بمعادلة Laplace (Laplace's equation).

[5] لمزيد من الشرح انظر ملحق أ و (Anderson 1991.)

و معادلة Laplace (Laplace’s equation) هي خطية (linear).

و لذلك كل عدد من حلول خصوصية لمعادلة (3.3) يمكن ان تزاد (added) مع بعض ليستنتج حل آخر.

و هذا يُري فلسفة اساسية لحل من سريان غير انضغاطي (incompressible flow) و هو ان:

تركيب معقد لسريان غير انضغاطي و لا دوراني (incompressible, irrotational flow) يمكن ان يجمع (synthesized) من سرايين اساسية (elementary flows)

بالتالي سننظر إن شاء الله الى بعض السرايين اساسية (elementary flows) التي تلائم (satisfy) مع معادلة Laplace (Laplace’s equation).

السريان المتماثل — Uniform flow

$$\phi = V_\infty x$$

السريان المصدر — Source flow

$$\phi = \frac{\Lambda}{2\pi} \ln r$$

السريان الدوامة — Vortex flow

$$\phi = -\frac{\Gamma}{2\pi}\theta$$

In [Wendt et. al. 2009] there are two methods described which use these elementary flows:

- Non-lifting Flows Over Arbitrary Two-Dimensional Bodies: The Source Panel Method
- Lifting Flows Over Arbitrary Two-Dimensional Bodies: The Vortex Panel Method

Also the application “The Aerodynamics of Drooped Leading-Edge Wings Below and Above Stall“ is described.

4 مراجع

I

1. [Anderson 1991] Anderson, John D., Jr., Fundamentals of Aerodynamics, 2nd Edition McGraw-Hill, New York, 1991
2. [Ferziger, Peric] J. Ferziger und M. Peric, *Numerische Strömungsmechanik*, 2008, Springer Verlag.
3. [Wessling] Pieter Wesseling, *Principles of Computational Fluid Dynamics,* 2000, Springer Verlag.
4. [Wendt 2009] John F. Wendt, *Computational Fluid Dynamics – an Introduction (a von Karman Institute Book),* Third Edition, 2009, Springer Verlag

5. [صديق] محمد هاشم الصديق (الإستاذ المشارك بشعبة هندسة الموائع قسم الهندسة الالميكانيكية / كلية الهندسة والعمارة، جامعة الخرطوم،msiddiq@yahoo.com)، **ميكانيك الموائع**، الاصدارة الثانية، 2006

6. مجمع اللغة العربية

7. http://en.wikipedia.org/wiki/Computational_fluid_dynamics

II

1. [Poinsot, Veynante] Thierry Poinsot, Denis Veynante; *Theroretical and Numerical Combustion*
2. [Turns] Stephen R. Turns; *Introduction to Combustion – Concepts and Applications*, 2nd edition

5 ملحقات (Apprendices)

5.1 ملحق أ: مضمون كتاب "ميكانيك الموائع" لمحمد هاشم الصديق

مضمون [صديق] محمد هاشم الصديق (الإستاذ المشارك بشعبة هندسة الموائع قسم الهندسة الالميكانيكية / كلية الهندسة والعمارة، جامعة الخرطوم،msiddiq@yahoo.com)، **ميكانيك الموائع**، الاصدارة الثانية، 2006

هو التالي:

5.2 ومضمون كتاب [Ferziger, Peric]

مدخل الى التحليل العددي (بالإنجليزية: Numerics)

(بالإنجليزية: Components of a numerical method)

(بالإنجليزية: Mathematical model)

(بالإنجليزية: Discretization method)

(بالإنجليزية: Coordinate and base vector systems)

(بالإنجليزية: Numerical mesh)

(بالإنجليزية: Finite Approximations)

(بالإنجليزية: Solution method)

(بالإنجليزية: Convergence criteria)

اساسيات ديناميك الحرارية (بالإنجليزية: Thermodynamics)

(بالإنجليزية: Finite Difference Methods)

(بالإنجليزية: Finite Volume Methods)

طريقة العناصر المنتهية (FEM)

(بالإنجليزية: Solving linear equation systems)

(بالإنجليزية: Solving the Navier-Stokes Equations)

(بالإنجليزية: Computation Methods for complex flow areas)

(بالإنجليزية: Simulation of turbulence)

(بالإنجليزية: Compressible Fluids)

(بالإنجليزية: Efficiency and accuracy)

(بالإنجليزية: Special Topics)

(بالإنجليزية: Combustion)

5.3 مواضيع اضافية

(بالإنجليزية: CFD Applications in Energy Engineering)

(بالإنجليزية: CFD Applications in Aeronautics)

(بالإنجليزية:CFD Applications in Space Technology

5.4 ملحق أ: مضمون كتاب Theroretical and Numerical Combustion (Thierry Poinsot, Denis Veynante)

مضمون الكتاب هو التالي:

5.5 ملحق ب: مضمون Introduction to Combustion – Concepts and Applications, 2nd edition (Stephen R. Turns)

مضمون الكتاب هو التالي:

Dictionnary

Content

X	89
Y	90
Z	91

A

English	Deutsch	عربي

B

English	Deutsch	عربي

C

English	Deutsch	عربي
calculation	Berechnung	
Continuity equation	Kontinuitätsgleichung	معادلة الاستمرارية
Conservation form		
conservation form		الشكل التحفظي
control volume		حجم التحكم

D

English	Deutsch	عربي
derivate	Ableitung, Differentialquotient	مشتق
differential		تفاضلي
distinct	verschiedenr	
dependent variables		والمتغيرات التابعة

E

English	Deutsch	عربي
explicit		

F

finite difference method		
fluid element		عضو مائع
fluid dynamics		حركية الموائع
Flow	Fluss, Stömung	سريان
flow field		
finite-difference methods	Finite-Differenzen Methoden	طرق الفرق المحدود
flux	Strom	سريان
friction	Reibung	احتكاك

G

govering equation		معادلة اساسية
grid		

H

hyperbolic		

I

integral		تكاملي
incorporate		
incompressible	inkompressibel	لا انضغاطي
infinitesimal		موحل في الصغر
inviscid	nicht zähflüssig	لا لزجي
irrotational	nicht rotierend	لا دوراني
integral form		

J

K

L

linear algebra	Linerare Algebra	علم الحساب الجبر الخطي

M

momentum		كمية التحرك

N

numerical analysis		التحليل العددي
normal		عمودية

O

One-dimensional	eindimensional	أحادية البعد

P

parabolic		
panel	Gruppe, Runde	مؤطَّرة
property	Eigenschaft	خصوصية
partial differential equations		المعادلات التفاضلية الجزئية
partial derivate	Partielle Ableitung	المشتق الجزئي

Q

R

(chemical) reaction		تفاعل كميائي
rectangular		

S

shear	Scherung	قص
Shear stress	Scherspannung	الإجهاد القصي
slope	Anstieg (einer Funktion) (math.)	
steady-state		
source	Quelle	نبع
system	System	منظومة
stress	Spannung (Druckvektor)	اجهاد
Substantial Derivate		الاشتقاق الكبير

T

time-dependend method		
Transient		
tangential		مماسة

U

Uniform		

V

Viscous		لزجي
source	Quelle	نبع
variable x		متحولx

W

X

Y

Z

calculation	Berechnung	
incorporate		
time-dependend method		
steady-state		
flow field		
Transient		
hyperbolic		
parabolic		
incompressible	inkompressibel	لا انضغاطي
source	Quelle	نبع
vortex	Wirbel	دوامة مائية
panel	Gruppe, Runde	مؤطَّرة
numerical analysis		التحليل العددي
inviscid	nicht zähflüssig	لا لزجي
finite-difference methods	Finite-Differenzen Methoden	طرق الفرق المحدود
irrotational	nicht rotierend	لا دوراني

property	Eigenschaft	خصوصية
govering equations		المعادلاب الاساسية
integral form		
system		منظومة
control volume		حجم التحكم
normal		عمودية
tangential		مماسة
flux	Strom	سريان
Uniform		
rectangular		
grid		
stress	Spannung (Druckvektor)	اجهاد
shear	Scherung	قص
	Scherspannung	الإجهاد القصي

S		
stress	Spannung σ (hat Einheit N/m² , d.h. die gleiche Einheit wie ein Druck)	الاجهاد
Substantial Derivate		الاشتقاق الكبير
V		
Viscous		لزجي
Flow	Fluss, Stömung	سريان
calculation	Berechnung	
incorporate		
time-dependend method		
steady-state		
flow field		
Transient		
hyperbolic		
parabolic		
